

Développement d'un simulateur pour la conception de la commande d'un AUV.

1. Préambule

La simulation joue un rôle essentiel dans la conception et la validation des systèmes de commande d'un AUV (Autonomous Underwater Vehicle). Elle permet de tester les lois de contrôle et d'évaluer leur robustesse sans avoir à déployer immédiatement le véhicule réel, ce qui représente un gain de temps et de sécurité.

Cependant, l'objectif de ce type de simulateur n'est pas de fournir une reproduction exacte de la physique des interactions fluide/structure, mais plutôt de proposer un modèle simplifié qui reste suffisamment réaliste pour tester :

- la stabilité du système,
- la convergence des lois de commande,
- l'influence qualitative des perturbations environnementales.

2. Les différentes architectures de simulation

1. Les différents types d'architectures de simulation

Pour simuler un AUV, on organise souvent la chaîne "modèle véhicule + capteurs + environnement + contrôleur/soft embarqué" selon différents niveaux d'intégration, du plus léger au plus fidèle :

- **MIL (Model-in-the-Loop)** : tout est encore "modèle" (contrôleur compris). On valide rapidement les lois de commande/estimation (stabilité, robustesse, réglages) avec un modèle dynamique et des capteurs simulés. Très rapide, idéal pour itérer, mais parfois optimiste et sans découplage temporel.
- **SIL (Software-in-the-Loop)** : on exécute le vrai logiciel (autopilote, guidance, navigation, mission manager, parfois ROS2 nodes), connecté à une simulation de dynamique, capteurs et environnement. On teste l'intégration logicielle (interfaces, clocks, latences simulées), et la reproductibilité.
- **PIL (Processor-in-the-Loop)** : le logiciel tourne sur la cible processeur (ou une carte proche) mais les E/S sont simulées. Utile pour mesurer charge CPU, contraintes temps réel, accès mémoire, et détecter des bugs "embedded" (drivers simplifiés, etc.).
- **HIL (Hardware-in-the-Loop)** : on met du matériel réel dans la boucle (contrôleur embarqué, cartes d'IO, parfois capteurs) branché à un simulateur temps réel qui "joue" le monde et le véhicule. On vise la fidélité temporelle (rates, jitter), la validation des interfaces physiques (PWM, CAN, Ethernet, série), et les comportements au démarrage/dégradés.

- **DIL / VIL (Driver/Vehicle-in-the-Loop)** : variante HIL orientée “système complet” : un sous-système physique réel (p. ex. thruster+ESC sur banc, ou centrale IMU/DVL) reçoit des consignes issues du vrai stack, pendant que le reste est simulé. Très utile pour caractériser la propulsion, la conso, les saturations et non-linéarités.
- **HITL (Human-in-the-Loop)** : on ajoute l’opérateur (GUI mission, supervision, procédures) pour valider l’ergonomie, les modes opératoires, la réaction aux alarmes/pertes de com, etc. Souvent couplé à SIL/HIL.

Pour la conception/réglage de contrôleurs (guidage, évitement, asservissements), une simulation de capteurs fonctionnelle suffit souvent : on modélise surtout la géométrie de mesure (FOV, portée max, cadence, bruit blanc, biais/dérive simples, pertes aléatoires). Pour un capteur acoustique “distance à l’environnement”, un *ray tracing* sur une scène 3D (intersection rayon-maillage) donne déjà un comportement exploitable (distance, angle d’incidence, zones d’ombre), éventuellement avec une loi simple d’incertitude croissante avec la distance.

Quand l’objectif devient la navigation/SLAM, la détection ou la robustesse opérationnelle, on monte d’un cran : bruits corrélés, faux échos, *outliers*, masquages, latences, désynchronisations, saturation, quantification, et des modèles plus réalistes de sonar (empreinte du lobe, résolution range/azimut, *speckle* simplifié). Enfin, pour valider des algorithmes “capteur-centric” (traitement sonar, classification, comms acoustiques) ou rapprocher un HIL de la mer, il faut s’intéresser à la propagation : atténuation/absorption dépendante de la fréquence, directivité, multi-trajets (surface/fond), réverbération/clutter, variations de vitesse du son, interférences et parasitages. Ce niveau est coûteux et rarement nécessaire pour une première boucle de contrôle, mais il devient critique dès qu’on veut prédire les modes d’échec réels des capteurs acoustiques.

2. Architectures de calcul associées

On peut quasiment “déduire” l’architecture de calcul à partir du niveau d’in-the-loop et de son besoin de temps réel.

- **MIL** : une machine, souvent un seul processus : tout est modèle et on cherche surtout de la vitesse d’itération (pas forcément du temps réel). Une workstation unique suffit largement (CPU, éventuellement GPU si rendu), et on accepte volontiers un temps simulé accéléré/ralenti. Le découplage véhicule/environnement/rendu est plutôt logiciel (threads) que matériel.
- **SIL** : une machine la plupart du temps, distribution si la charge “capteurs/environnement” explose : le vrai logiciel tourne sur un ordinateur et le simulateur (dynamique + capteurs) tourne à côté. Tant la complexité des modèles des capteurs reste “raisonnable” (IMU/DVL/GNSS surfacique, profondeur, etc.), une seule machine reste efficace. On distribue plutôt quand on ajoute du lourd (rendu 3D + caméra, sonar synthétique, acoustique, turbulence 3D) : typiquement un nœud sim + un nœud rendu/visu, reliés par un bus (ROS2/DDS...), pour ne pas que le GPU/rendering perturbe la boucle de simulation.
- **PIL** : à partir d’ici, on crée un “flot temps réel” : le contrôleur tourne sur la cible processeur. Même si le simulateur n’est pas strictement temps réel, on veut surtout que l’exécution de la cible soit stable (gigue minimale, latence bornée). L’architecture typique devient :
 - Cible (PIL) : exécute le code embarqué, idéalement avec contraintes TR (ou au moins priorités/affinités CPU).
 - Hôte simulation : calcule le modèle (véhicule) + capteurs simulés.
 - Rendu/GUI (souvent séparé) : pour que le graphisme, l’enregistrement, les outils de *debug* ne doivent jamais “polluer” la cible.

C'est là que le découplage véhicule/environnement/rendu devient naturellement multi-calculateurs : la cible ne doit pas payer le coût des capteurs complexes ni du rendu.

- **HIL** : séparation stricte TR / non-TR, souvent 3 machines : en HIL, on cherche la fidélité des E/S et du temps réel : on garde une machine dédiée "simulateur TR" (ou noyau RT) qui maintient le pas, et on isole tout le reste.
 - Contrôleur réel (hardware) : autopilote, cartes IO, etc.
 - Simulateur TR : dynamique + capteurs + latences.
 - Stations non-TR : rendu 3D, supervision opérateur, *logging* massif, analyses.
Le principe clé : tout ce qui peut créer de la gigue (GUI, disque, réseau non maîtrisé, rendu GPU) reste hors de la boucle TR.
- **DIL/VIL / bancs** : on ajoute des "îlots" supplémentaires : dès qu'on considère un thruster/ESC sur banc, une centrale inertielle réelle, ou un sous-système physique, on multiplie les domaines temporels : banc (échantillonnage/filtrage), simulateur TR, supervision. Là, la distribution devient la règle : TR au centre, périphériques et visu à côté.

3. Approche retenue

On considère l'architecture la plus simple, MIL. Le simulateur est construit avec des hypothèses volontairement restrictives :

- Le corps de l'AUV est considéré comme un solide rigide unique.
- Les articulations des gouvernes et des actionneurs ne sont pas modélisées dynamiquement : seules les forces et couples qu'elles génèrent sont pris en compte.
- Les équations hydrodynamiques sont simplifiées à partir de modèles analytiques classiques (traînée, flottabilité, masse ajoutée).

L'architecture du simulateur sera mono-processeur. Les aspects de découplage temporel seront ignorés. Cependant, les considérations temporelles sur le choix des différentes périodes (intégration, commande, échantillonnage...) seront explicitement implémentées.

3. Choix des périodes

La modélisation d'un AUV conduit à un système d'équations différentielles non linéaires, qui doivent être résolues numériquement. Le choix de la méthode d'intégration et des périodes associées au comportement du système est fondamental pour garantir la stabilité et la pertinence de la simulation. Trois échelles temporelles doivent être distinguées : la période d'intégration, la période de calcul de la commande et les périodes d'acquisition des capteurs.

1. La période d'intégration

L'intégration est le cœur du simulateur : elle consiste à calculer, à intervalles réguliers, l'évolution de l'état du véhicule à partir des équations de mouvement.

- Rôle : assurer que les phénomènes dynamiques rapides (inertie, frottements, oscillations) soient correctement reproduits.
- Méthodes possibles :
 - *Euler explicite* : très simple, mais instable (instabilité du calcul) si le pas de temps est trop grand.
 - *Runge-Kutta d'ordre 4* : compromis couramment utilisé, précis et relativement peu coûteux.
 - *Méthodes implicites* : adaptées aux systèmes raides, mais coûteuses (rarement nécessaires pour une simulation pédagogique).
- Choix du pas de temps :
 - Il doit être beaucoup plus petit que la plus petite constante de temps du système. On préconise en général d'être entre 10 et 100 fois plus rapide que le plus rapide des phénomènes physiques qu'on veut modéliser.
 - En pratique, on retient souvent un pas de l'ordre de 1 à 5 ms pour un simulateur d'engins marins à la dynamique lente.

2. La période de calcul de la commande

Le contrôleur embarqué (loi de commande) ne peut pas fonctionner à la même fréquence que l'intégrateur : il a ses propres contraintes matérielles (puissance de calcul, ressources énergétiques). Ainsi, il dépend de la cible matérielle sur laquelle l'algorithme de commande est déployé. Cet algorithme calcule l'intégralité de la commande, et donc de ses sous-

fonctions (i.e. Navigation, Guidage, Contrôle) avec une période dont dépend la stabilité du système (voir la question de la discrétisation de la commande régulant un système physique continu). De plus, dans le cadre d'une simulation, la période d'intégration et celle de commande sont liées en ce sens que la première doit être choisie pour que la simulation de la physique apparaisse de manière 'continue' du point de vue de la commande.

- Rôle : mettre à jour les consignes à envoyer aux actionneurs.
- Caractéristiques :
 - Généralement comprise entre 10 et 100 ms, pour un système à la dynamique lente, telle celle d'un AUV.
 - Entre deux instants de calcul, on applique la même commande (maintien du signal).
- Impact sur la simulation :
 - Si la période est trop longue, le contrôleur devient moins réactif et peut déstabiliser le système.
 - Si elle est trop courte, le contrôleur consomme trop de ressources et peut devenir irréaliste par rapport aux capacités embarquées.

Enfin, il faut noter que le choix de cette période de commande, et son impact sur la stabilité est encore actuellement une question ouverte. En effet, si la question de l'étude de la stabilité d'une commande discrète sur un système continu est bien documentée pour les systèmes linéaires, la question est loin d'être résolue dans le cadre général des systèmes non-linéaires.

3. La période des capteurs

Les capteurs ne fournissent pas une information continue mais discrète, avec leur propre fréquence d'échantillonnage. Les capteurs dits *proprioceptifs* permettent d'obtenir une estimation d'une partie du vecteur d'état du système, avec leur propre fréquence d'échantillonnage et leurs erreurs de mesure. Les capteurs *extéroceptifs* permettent, eux, d'obtenir des *estimations* en relation avec l'environnement.

Exemples typiques :

- Centrale inertielle (IMU) : 100–200 Hz (5–10 ms) : avec les technos de type MEMS, ces centrales permettent d'obtenir une estimation de l'Attitude du système (les orientations absolues sous forme d'angles d'Euler, de quaternion, de matrices de rotation...). La techno Mems est basée sur l'emploi de 3 types de capteurs : accéléromètres, gyromètres et magnétomètres, chacun donnant des informations suivant les 3 axes relatifs (ceux définis dans la centrale). D'autres technos sont possibles, celle dites des *FOG* qui, basées sur l'effet *Sagnac*, permettent d'avoir une mesure bien plus précise du cap du système, voire même d'exploiter les mesures accélérométriques pour reconstruire la trajectoire, voir annexe XXX.
- Capteur de profondeur (pression) : 20–50 Hz (20–50 ms) : techno classique des baromètres. Il permet d'obtenir une estimation de la profondeur absolue du système, compte tenu d'un étalonnage initial, voir annexe XXX.
- GPS (en surface) : 1–10 Hz (100–1000 ms) : ne fonctionne qu'en surface. Certains récepteurs GPS permettent d'obtenir une info à quelques mètres sous la surface, mais généralement on considère que l'immersion empêche la réception des signaux satellitaires, voir annexe XXX.

- Systèmes acoustiques de positionnement : parfois < 1 Hz : ils permettent d'obtenir une estimation de la position du système par rapport à une référence géolocalisée (et potentiellement mobile) en surface (USBL) ou préalablement géolocalisée sur le fond (LBL), voir annexe XXX.

Le contrôleur n'utilise pas l'état « vrai » du système mais une estimation basée sur des mesures discrètes, bruitées et retardées, fournies par les capteurs. Dans une simulation réaliste, il est donc crucial de modéliser non seulement la fréquence mais aussi les erreurs de mesures et les délais associés aux capteurs.

4. Cohérence et hiérarchie des périodes

Ces périodes doivent être choisies de manière cohérente :

- Période d'intégration (plus fine) : garantit la stabilité numérique du modèle dynamique.
- Période de commande (intermédiaire) : reflète la capacité du calculateur embarqué.
- Périodes des capteurs (plus lente) : reflète les limitations physiques et électroniques des instruments.

Le simulateur doit reproduire cette hiérarchie de périodes, faute de quoi :

- On risque de surévaluer les performances du contrôleur (si l'on suppose un accès continu et parfait à l'état).
- On ne détecte pas les problèmes liés au délai et à la discrétisation (instabilités, oscillations, erreurs de suivi).
- On ne prépare pas correctement la transition entre la simulation et les essais réels.

Ainsi, bien qu'il soit tentant de simplifier en utilisant une seule période d'échantillonnage pour tout le système, il est recommandé d'implémenter une architecture multi-échelles qui reflète la réalité :

- modèle dynamique fin,
- commande recalculée à fréquence moyenne,
- capteurs mis à jour lentement avec du bruit.

4. Méthodes d'intégration

La simulation de la physique d'un AUV revient avant tout à résoudre numériquement les équations différentielles qui décrivent sa dynamique. Concrètement, cela signifie effectuer des calculs d'intégration afin de reconstruire l'évolution des états du véhicule (position, vitesse, orientation) à partir des lois de la mécanique et des forces appliquées. Le choix de la méthode d'intégration numérique est donc une étape cruciale, car il conditionne à la fois la fidélité des trajectoires simulées et l'efficacité des calculs. Les équations de mouvement d'un AUV étant fortement non linéaires et couplées, il est nécessaire d'opter pour un schéma assurant une bonne stabilité numérique tout en conservant une précision suffisante. Les méthodes explicites simples, comme l'Euler avant, sont rapides à mettre en œuvre mais génèrent des erreurs d'accumulation importantes et peuvent devenir instables pour certains pas de temps, à moins de réduire drastiquement la période d'intégration, ce qui engendre

des temps de simulation excessivement longs. Les schémas de type Runge-Kutta d'ordre supérieur (notamment RK4) constituent un compromis largement utilisé, garantissant une précision satisfaisante pour des pas de temps raisonnables, avec un coût de calcul encore modéré. Dans le cas d'analyses à long terme ou de conditions hydrodynamiques complexes, des méthodes implicites ou semi-implicites peuvent être préférées afin d'améliorer la robustesse et la stabilité, en particulier face aux raideurs numériques.

Un autre aspect fondamental est le choix de la période d'intégration. Un pas de temps constant simplifie la mise en œuvre et assure une cadence régulière, ce qui est essentiel dans un contexte de simulation temps réel. Cependant, un pas trop grand risque d'introduire des erreurs significatives, tandis qu'un pas trop petit accroît inutilement la charge de calcul. À l'inverse, une stratégie adaptative ajuste dynamiquement le pas de temps en fonction de la complexité locale du mouvement ou des variations rapides des efforts hydrodynamiques, permettant ainsi de concilier précision et efficacité. Le choix entre période constante et adaptative dépend donc du compromis recherché entre robustesse numérique, réalisme des trajectoires et contraintes de performance en temps réel.

Plusieurs familles de méthodes d'intégration utilisent un pas de temps adaptatif. L'idée est d'évaluer en cours de calcul l'erreur locale d'approximation et d'ajuster dynamiquement le pas pour garder un équilibre entre précision et performance. Voici les plus courantes :

- Méthodes de Runge-Kutta à pas adaptatif :
 - Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45)
 - Dormand-Prince (DOPRI5, souvent la base de la fonction `ode45` de MATLAB)
 - Cash-Karp RK45

Elles utilisent deux schémas d'ordres différents en parallèle pour estimer l'erreur locale et adapter le pas.

- Méthodes multistep à pas variable :
 - Adams-Bashforth-Moulton avec contrôle de pas
 - Méthodes de type BDF (Backward Differentiation Formula) à pas variable (très utilisées pour les systèmes raides).
- Solveurs adaptatifs intégrés dans des bibliothèques :
 - `ode45`, `ode23`, `ode113` de MATLAB
 - `solve_ivp` avec méthode RK45 ou BDF dans SciPy (Python)

5. Limites de l'approche

Il est important de garder à l'esprit que ce type de simulateur n'est pas prédictif :

- Les phénomènes turbulents, l'interaction complexe entre la coque et les appendices, ou encore les effets de cavitation ne sont pas pris en compte.
- Les coefficients hydrodynamiques utilisés sont approximatifs et ne correspondent pas à une mesure précise en bassin ou en mer.
- Le simulateur n'est pas destiné à la validation finale du véhicule, mais uniquement à la phase de conception de la commande.

Pour une simulation plus fine (mission complète, interactions avec l'environnement réel, test de trajectoires complexes), il faut recourir à des simulateurs spécialisés tels que :

- les logiciels de CFD (Computational Fluid Dynamics) pour les phénomènes locaux,
- les environnements robotiques (ex. Gazebo, UUV Simulator) pour les missions et la navigation.

Ce simulateur mono-processeur ne permettra pas un découplage temporel entre la simulation de l'environnement et celle de l'architecture de contrôle du robot. Ainsi les questions de temps de calcul des algorithmes et de leur incidence sur le comportement du robot sera ignoré.

Concernant la méthode d'intégration, une première étape considèrera la solution simpliste de l'Euler avant. La pertinence des trajectoires résultantes sera évaluée et comparée avec certaines méthodes d'intégration adaptatives.

6. Notations

Les notations suivantes seront utilisées dans le reste de ce document.

- Notation, lorsque les coordonnées d'un point M ou d'un vecteur $\mathbf{v}$ sont exprimées dans un repère spécifique $\{A\}$, nous utiliserons la notation suivante : $M|_A$ et $\mathbf{v}|_A$
- La matrice $\mathbf{T}_v^Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ permet de transformer un vecteur $\mathbf{v}$, de dimension (3×1) en son équivalent quaternionique $\mathbf{v}_Q = \mathbf{T}_v^Q \cdot \mathbf{v} = [0, \mathbf{v}^T]^T$. La transformation inverse mobilise $\mathbf{T}_Q^v = (\mathbf{T}_v^Q)^T$, tel que $\mathbf{v} = \mathbf{T}_Q^v \cdot \mathbf{v}_Q$.
- $\mathbf{Id}_n$ représente la matrice identité $(n \times n)$ composée de 1 sur la diagonale et de 0 partout ailleurs. $\mathbf{0}_{n \times m}$ représente la matrice nulle $(n \times m)$.
- $\mathbf{S}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & -v_z & v_y \\ v_z & 0 & -v_x \\ -v_y & v_x & 0 \end{bmatrix}$ définit la matrice de pré-produit vectoriel, appliquée à un vecteur $\mathbf{v} = [v_x, v_y, v_z]^T$.

Les conventions de la SNAME (**REF**) seront respectées. Nous définissons deux repères : le repère Universel $\{U\}$, orienté comme décrit à la Figure 1, et le repère relatif, dit aussi *Body Frame*, attaché au métacentre de l'engin et orienté comme indiqué à la Figure 1 est appelé $\{B\}$.

- La position de l'engin, i.e. l'origine de $\{B\}$, dans $\{U\}$ est noté : $\mathbf{X}_0 = [x, y, z]^T$. Son orientation par rapport à $\{U\}$ est noté soit par le formalisme des angles d'Euler $\Phi^{\text{eul}} = [\phi, \theta, \psi]^T$ ou par le formalisme des quaternions : $\mathbf{Q}$ comme décrit à la Figure 1.d. On peut aussi utiliser le formalisme des matrices de rotations, notée $\mathbf{R}$.

- Les vitesses, longitudinales et rotationnelles sont exprimées dans $\{B\}$ et notées $\mathbf{V}_B = [u, v, w]^T$ et $\boldsymbol{\omega}_B = [p, q, r]^T$, respectivement. On note $\mathbf{v} = [\mathbf{V}_B^T, \boldsymbol{\omega}_B^T]^T$.
- Les phénomènes hydrodynamiques vont dépendre de la vitesse relative de l'engin par rapport au fluide environnant. Cette vitesse sera notée : $\mathbf{V}_{B^r}$ et $\boldsymbol{\omega}_{B^r}$, et $\mathbf{v}^r = [\mathbf{V}_{B^r}^T, \boldsymbol{\omega}_{B^r}^T]^T$. En l'absence de courant marin : $\mathbf{v}^r = \mathbf{v}$
- Nous pouvons maintenant définir les différentes relations cinématiques qui établissent le lien entre l'expression des vitesses du système dans $\{B\}$ à celle exprimée dans $\{U\}$, comme indiqué à la Figure 2.

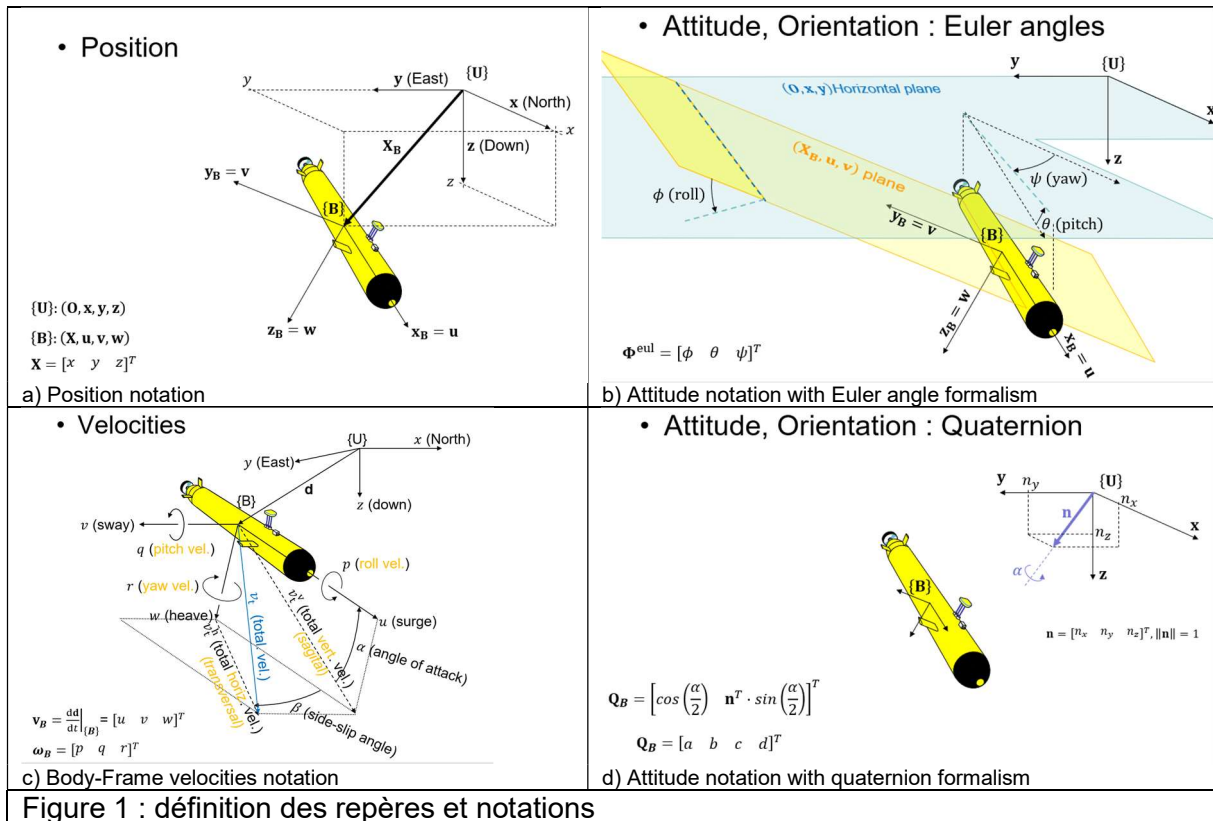


Figure 1 : définition des repères et notations

Les paramètres environnementaux sont notés

- g : l'accélération gravitationnelle terrestre,
- ρ la densité de l'eau.

Le formalisme choisi pour développer le simulateur sera celui des quaternions.

Representation Formalism

	Euler angles	Quaternions	Rotation Matrix
Position	$\mathbf{X} = [x \ y \ z]^T$		
Attitude	$\Phi^{\text{eul}} = [\phi \ \theta \ \psi]^T$	$\mathbf{Q}$	$\mathbf{R}$
Velocities	$\mathbf{V}_B = [u \ v \ w]^T, \omega_B = [p \ q \ r]^T$		
State	$\chi = \begin{bmatrix} \eta = [\mathbf{X} \\ \Phi^{\text{eul}}] \\ \mathbf{v} = [\mathbf{V}_B] \\ \omega_B \end{bmatrix}$	$\chi = \begin{bmatrix} \eta = [\mathbf{X}] \\ \mathbf{Q} \\ \mathbf{v} = [\mathbf{V}_B] \\ \omega_B \end{bmatrix}$	$\chi = \{\mathbf{X}, \mathbf{R}, \mathbf{V}_B, \omega_B\}$
Kinematic Model $\dot{\eta} = \mathbf{f}(\mathbf{v})$	$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}} \\ \dot{\Phi}^{\text{eul}} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{\text{cin}}^{\text{eul}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_B \\ \omega_B \end{bmatrix}$	$\begin{cases} [0, \dot{\mathbf{X}}^T]^T = \mathbf{Q} \otimes [0, \mathbf{V}_B^T]^T \otimes \mathbf{Q}^* \\ \dot{\mathbf{Q}} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Q} \otimes \underbrace{[0, \omega_B^T]^T}_{\Omega_B} \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{V}_B \\ \dot{\mathbf{R}} = \mathbf{R} \cdot (\omega_B \wedge) \end{cases}$
$\mathbf{R}_{\text{cin}}^{\text{eul}} = \begin{bmatrix} \cos\psi \cdot \cos\theta & \cos\psi \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi - \sin\psi \cdot \cos\phi & \cos\psi \cdot \sin\theta \cdot \cos\phi + \sin\psi \cdot \sin\phi & 0 & 0 & 0 \\ \sin\psi \cdot \cos\theta & \sin\psi \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi + \cos\psi \cdot \cos\phi & \sin\psi \cdot \sin\theta \cdot \cos\phi - \cos\psi \cdot \sin\phi & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta \cdot \sin\phi & \cos\theta \cdot \cos\phi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \sin\phi \cdot \tan\theta & \cos\phi \cdot \tan\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$ Gimbal lock, if $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$			
$\omega_B \wedge = \begin{pmatrix} 0 & -w_z & w_y \\ w_z & 0 & -w_x \\ -w_y & w_x & 0 \end{pmatrix}$			

Figure 2 : les différentes expressions du modèle cinématique, en fonction du formalisme choisi.

4. Modèles de simulation

Différents modèles peuvent être considérés pour un même objet, en fonction du phénomène physique que l'on considère. Il faut noter que les phénomènes hydrodynamiques, tels que les frottements visqueux et la masse ajoutée, dépendent de la vitesse relative du système dans le fluide environnant, que l'on notera : v_r .

7. Modélisation géométrique du corps de l'AUV.

Le corps de l'AUV va se présenter comme un cylindre de longueur L_{AUV} et de diamètre D_{AUV} . La tête et la queue sont modélisées comme des ellipsoïdes de grand axe $2D_{AUV}$ et de petit axe D_{AUV} , orienté dans l'axe du cylindre (cf. Figure 3). Un repère local, appelé $\{B\}$, est placé au centre de gravité du corps de l'AUV, lequel est repéré dans le repère absolu par sa coordonnée cartésienne $\mathbf{X}$ et son orientation sous la forme du quaternion unitaire $\mathbf{Q}$, ainsi $\boldsymbol{\eta} = [\mathbf{X}^T, \mathbf{Q}^T]^T$. Les vitesses (absolues) sont exprimées dans $\{B\}$ avec $\mathbf{V}_B = [u, v, w]^T$ et $\boldsymbol{\omega}_B = [p, q, r]^T$, on note $\mathbf{v} = [\mathbf{V}_B^T, \boldsymbol{\omega}_B^T]^T$. En présence de courant, on note la vitesse du système par rapport au fluide : $\mathbf{V}_{Br} = [u^r, v^r, w^r]^T$ et $\boldsymbol{\omega}_{Br} = [p^r, q^r, r^r]^T$, on note $\mathbf{v}^r = [\mathbf{V}_{Br}^T, \boldsymbol{\omega}_{Br}^T]^T$.

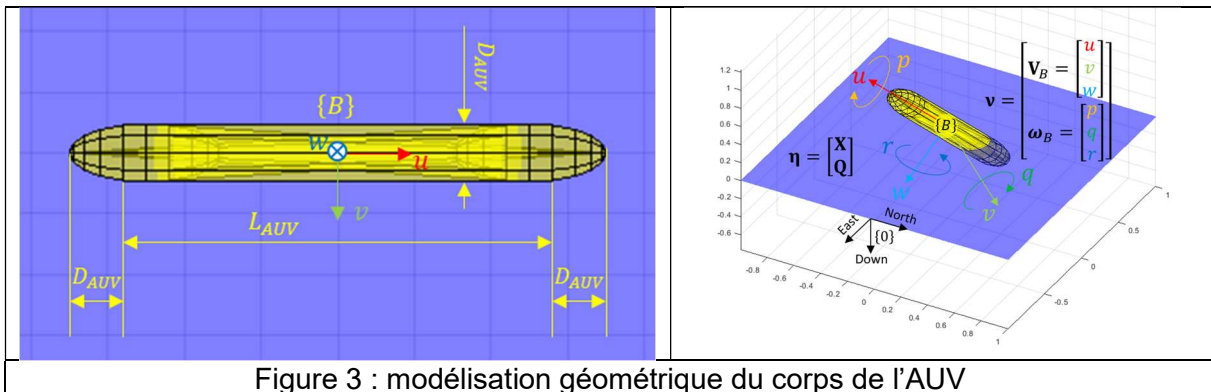


Figure 3 : modélisation géométrique du corps de l'AUV

Les phénomènes en lien avec l'interaction fluide/structure sont de 3 catégories :

- La flottabilité
- Les frottements visqueux
- Les phénomènes de masse ajoutée.

Pour chacun de ces phénomènes un modèle simplifié sera choisi. Nous exposerons plusieurs solutions.

8. Modélisation de la flottabilité et de la gravité : *Restoring Forces.*

Le problème consiste à déterminer le volume immergé et le centre volumique de cette partie immergée. Suivant la complexité de la forme considérée, le problème peut être difficile à

résoudre. Une solution consiste à donner, pour le calcul de la flottabilité, une forme approchée de l'objet dont on veut calculer la flottabilité.

5. Boite englobante (bounding-box)

Comme il est généralement fait pour les simulateurs (ou jeux vidéo) le contact entre objets de la scène passe par l'utilisation de boites englobantes qui permettent de calculer l'occurrence d'une collision de façon plus simple que la considération de la forme exacte des objets. Il est évident de cette approche est d'autant plus pertinente que l'objet présente une forme convexe. On peut toutefois décomposer la forme d'objet en autant de formes convexes assemblées. Dans le cas qui nous intéresse, le corps principal de l'AUV se présente avec une forme cylindrique, la boite englobante sera donc un parallélépipède rectangle (cf. Figure 4)

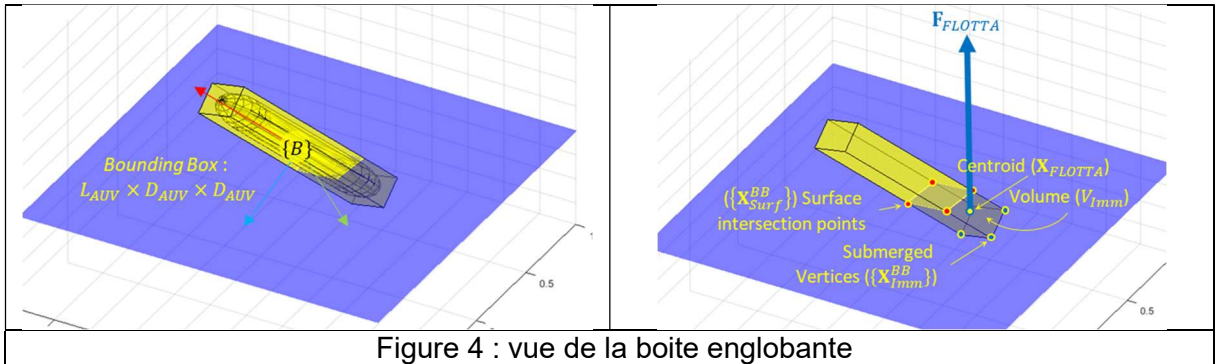


Figure 4 : vue de la boite englobante

La prise en compte du phénomène de flottabilité, calculé sur la forme équivalente va nécessiter le calcul de la force de flottabilité ($\mathbf{F}_{FLOTTA}$) et du point d'application ($\mathbf{X}_{FLOTTA}$) de cette force, qui sera au centre volumique du volume immergé. Cette force s'exerçant en $\mathbf{X}_{FLOTTA}$ engendrera un couple noté $\mathbf{\Gamma}_{FLOTTA}$. Ce volume immergé (V_{Imm}) sera calculé comme celui du polyèdre convexe défini par les points d'intersection des arêtes de la boite englobante avec la surface ($\mathbf{X}_{surf}^{BB}$) et les sommets immergés de la boite englobante ($\mathbf{X}_{imm}^{BB}$). Ainsi les effets dynamiques du phénomène de flottabilité seront pris en compte ainsi :

- $V_{Imm} = \text{convhull}(\{\mathbf{X}_{surf}^{BB}, \mathbf{X}_{imm}^{BB}\})$
- $\mathbf{X}_{FLOTTA}|_B = \text{centroid}(\{\mathbf{X}_{surf}^{BB}|_B, \mathbf{X}_{imm}^{BB}|_B\})$
- $\mathbf{F}_{FLOTTA}|_B = \mathbf{T}_Q^v \cdot (\mathbf{Q}^* \otimes [0,0,0, -g \cdot \rho \cdot V_{Imm}] \otimes \mathbf{Q})$
- $\mathbf{\Gamma}_{FLOTTA}|_B = \mathbf{F}_{FLOTTA}|_B \wedge \mathbf{X}_{FLOTTA}|_B$

6. Composition d'éléments sphériques.

Une deuxième approche consiste à considérer le corps de l'AUV composé de n éléments sphériques, tous de rayon R , alignés suivant l'axe du cylindre. Le centre de chaque élément i est repéré par ses coordonnées dans le repère absolu ($\mathbf{X}_{el}^i|_0 = [x_{el}^i, y_{el}^i, z_{el}^i]^T$) dont la troisième coordonnées, z_{el}^i , décrit l'altitude absolue du centre l'élément sphérique. Ce principe permet de calculer aisément la flottabilité (via son volume immergé V_{Imm}^i) de chacun des éléments en fonction de leur altitude par rapport au niveau de l'eau, sans se soucier de

leur orientation. De plus cette méthode permet de se passer de la fonction (plus lourde) de recherche d'une enveloppe convexe et de son centre volumique (Figure 5).

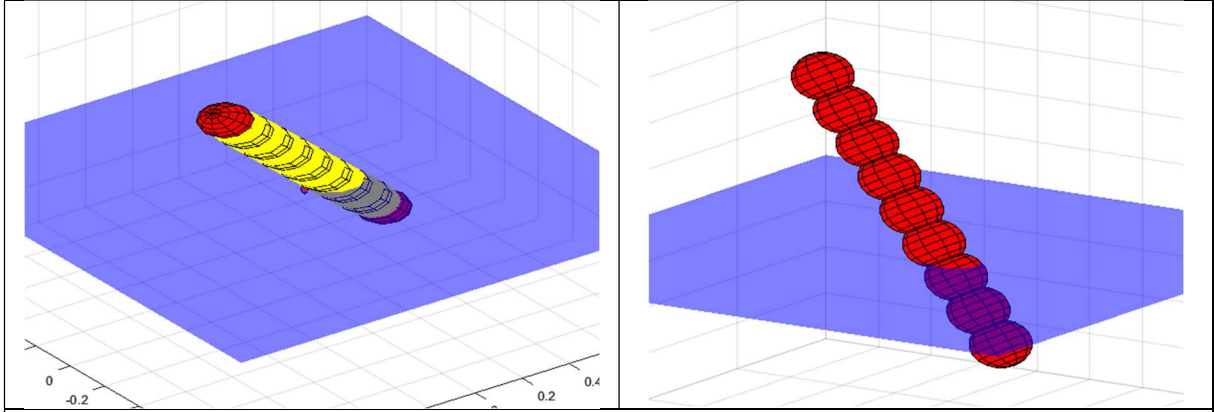


Figure 3 : vue d'une forme équivalente composée de sphères

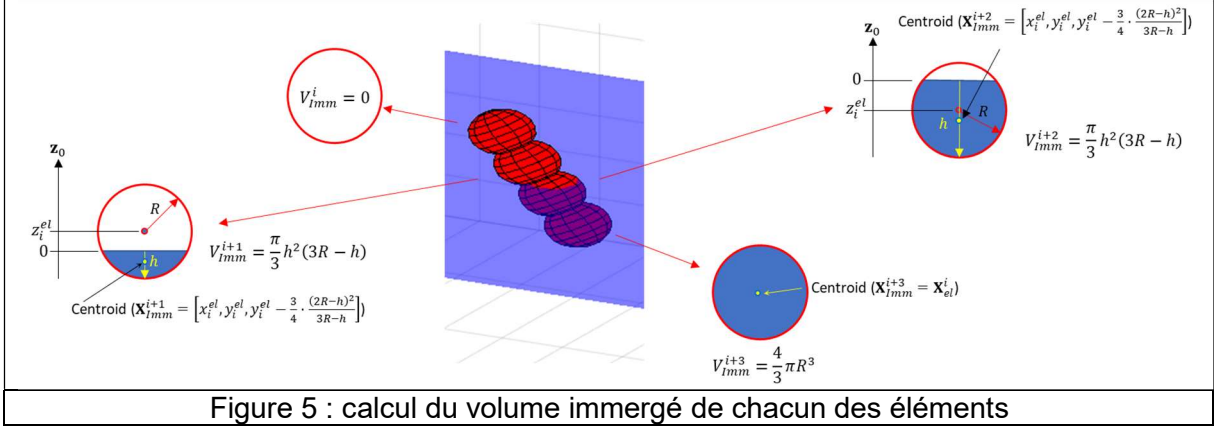


Figure 5 : calcul du volume immergé de chacun des éléments

Ainsi l'évaluation de V_{Imm}^i et du centre volumique $\mathbf{X}_{Imm}^i$ où s'applique la force de flottabilité ($\mathbf{F}_{FLOTTA}^i$) de l'élément i (cf. Figure 5), ainsi que le couple engendré ($\mathbf{\Gamma}_{FLOTTA}^i$), permet de prendre en compte les effets du phénomène de flottabilité :

- Posons $h = \begin{cases} R - z_{el} & \text{si } -R < z_{el} < R \\ 2R & \text{si } z_{el} < -R \\ 0 & \text{si } z_{el} > R \end{cases}$ et $V_{Imm}^i = \begin{cases} \frac{\pi}{3} h^2 (3R - h) & \text{si } -R < z_{el} < R \\ \frac{4}{3} \pi R^3 & \text{si } z_{el} < -R \\ 0 & \text{si } z_{el} > R \end{cases}$
- $\mathbf{F}_{FLOTTA}^i|_B = \mathbf{T}_Q^v \cdot (\mathbf{Q}^* \otimes [0, 0, 0, -g \cdot \rho \cdot V_{Imm}^i] \otimes \mathbf{Q})$
- $\mathbf{X}_{Imm}^i|_B = \mathbf{T}_Q^v \cdot \left(\mathbf{Q}^* \otimes \left(\mathbf{T}_v^Q \cdot \left(\mathbf{X}_{el}^i|_0 - \left[0, 0, \frac{3}{4} \cdot \frac{(2R-h)^2}{3R-h} \right] \right) \right) \otimes \mathbf{Q} \right)$
- $\mathbf{\Gamma}_{FLOTTA}^i|_B = \mathbf{F}_{FLOTTA}^i|_B \wedge \mathbf{X}_{Imm}^i|_B$
- $\mathbf{F}_{FLOTTA}|_B = \sum_i \mathbf{F}_{FLOTTA}^i|_B$
- $\mathbf{\Gamma}_{FLOTTA}|_B = \sum_i \mathbf{\Gamma}_{FLOTTA}^i|_B$

7. Intégration de la gravité

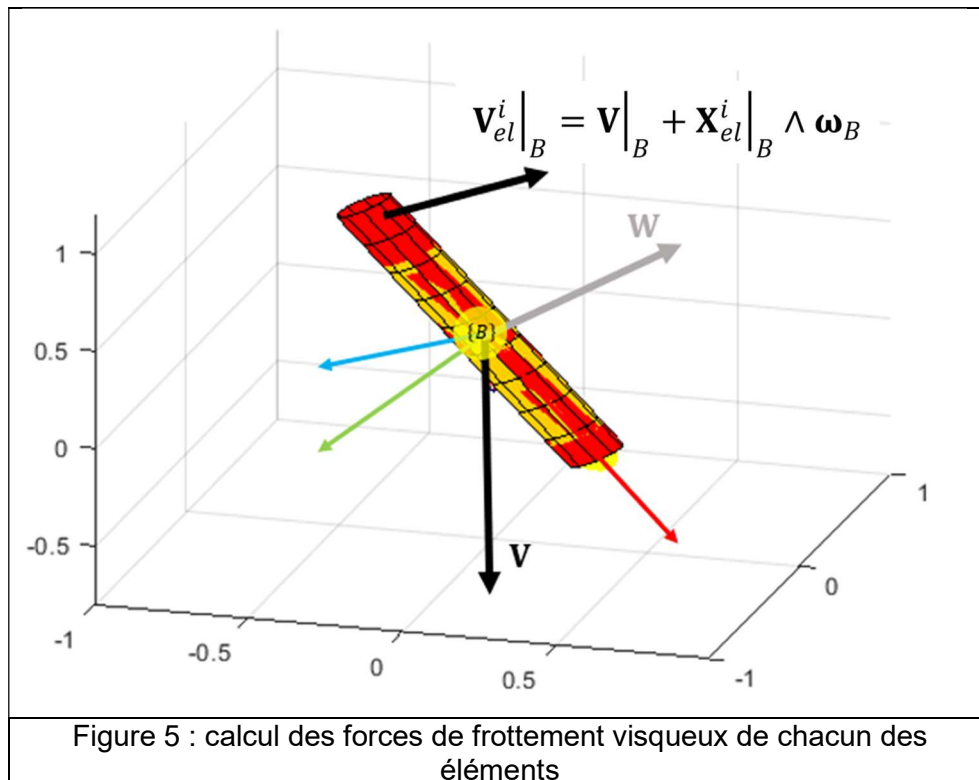
La gravité est intégrée en tant que force verticale, dirigée vers le bas et qui s'oppose à la flottabilité et n'engendre pas de moment. Ainsi la somme de ces 2 forces est appelée *Restoring forces and moment*. Ainsi, il vient :

- $\mathbf{F}_{GRAV}|_B = \mathbf{T}_Q^v \cdot (\mathbf{Q}^* \otimes [0,0,0,g \cdot m_{AUV}] \otimes \mathbf{Q})$
- $\mathbf{F}_{REST}|_B = \mathbf{F}_{FLOTTA}|_B + \mathbf{F}_{GRAV}|_B$
- $\mathbf{\Gamma}_{REST}|_B = \mathbf{\Gamma}_{FLOTTA}|_B$

9. Modélisation des frottements

Les frottements occasionnés par la viscosité de l'eau sur le corps de l'AUV en mouvement seront considérés uniquement dans le cas d'un régime d'écoulement laminaire. De plus, vu les symétries du corps de l'AUV et les angles d'attaque faibles que le système pourra avoir avec le fluide incident, seul le phénomène de trainée sera considéré. Le phénomène de portance de l'écoulement du fluide sur le corps de l'AUV sera négligé.

Les frottements occasionnés par les vitesses longitudinales pourraient être considérés directement à l'échelle globale du corps de l'AUV. Cependant, la prise en compte des effets de frottements visqueux sur la rotation de l'engin va requérir la décomposition de l'engin en éléments plus petits, et d'intégrer leurs effets sur la longueur du corps (*strip theory*). Puisque la considération du phénomène de flottabilité peut aussi requérir ce type de décomposition, nous considérerons ensemble ces deux phénomènes et calculerons leurs effets sur chacun des éléments, pour les intégrer par la suite afin d'obtenir une estimation de la résultante globale, en termes de force et couple. Il apparaît ainsi aisé de considérer un 'découpage' similaire pour le calcul de l'effets de ces deux phénomènes. Si, pour la flottabilité il était plus commode de considérer des modèles élémentaires équivalents de forme sphériques, la forme équivalente élémentaire pour les frottements sera le cylindre.



Le coefficient de trainée pour un cylindre immergé dans de l'eau, en mouvement suivant une direction perpendiculaire à l'axe du cylindre et sous l'hypothèse de respect du régime laminaire est autour de $C_D^{Cyl} = 1$. Par contre la trainée suivant l'axe de l'élément cylindrique sera considérée comme nulle, en dehors des éléments extrémaux (tête et queue) qui ont une forme ellipsoïdale et dont les effets seront considérés ensuite. Ainsi, la trainée générée par un élément cylindrique i sera calculée comme décrit ci-dessous :

- Vitesse de l'élément i par rapport au fluide, exprimée dans $\{B\}$:

$$\mathbf{V}_{el}^i|_B = \mathbf{V}_{Br} + \mathbf{X}_{el}^i|_B \wedge \boldsymbol{\omega}_{Br} = [u_{el}^i, v_{el}^i, w_{el}^i]^T$$

- Vitesse de l'élément i , exprimée dans $\{B\}$, en l'absence de courant :

$$\mathbf{V}_{el}^i|_B = \mathbf{V}_B + \mathbf{X}_{el}^i|_B \wedge \boldsymbol{\omega}_B = [u_{el}^i, v_{el}^i, w_{el}^i]^T$$

- Force de frottement engendrée sur l'élément i :

$$\mathbf{F}_{FROTT}^i|_B = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S^{Cyl} \cdot \mathbf{V}_{el}^i|_B \cdot \mathbf{C}_D^{Cyl} \cdot \begin{bmatrix} |u_{el}^i| & 0 & 0 \\ 0 & |v_{el}^i| & 0 \\ 0 & 0 & |w_{el}^i| \end{bmatrix}$$

$$\text{où } \mathbf{C}_D^{Cyl} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_D^{Cyl} & 0 \\ 0 & 0 & C_D^{Cyl} \end{bmatrix}$$

- Couple engendré par la force de frottement sur l'élément i :

$$\boldsymbol{\Gamma}_{FROTT}^i|_B = \mathbf{F}_{FROTT}^i|_B \wedge \mathbf{X}_{el}^i|_B$$

- Résultantes des efforts de frottement :

$$\mathbf{F}_{FROTT}|_B = \sum_i \mathbf{F}_{FROTT}^i|_B$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{FROTT}|_B = \sum_i \boldsymbol{\Gamma}_{FROTT}^i|_B$$

Les frottements engendrés par les écoulements sur la tête ou la queue (si la vitesse d'avance devient négative, cas qui sera ignoré) se calculent en considérant leur forme ellipsoïdale. Les écoulements se produisant sur une telle forme (élongation de 2), suivant son grand axe présentent un coefficient de trainée de l'ordre de $C_D^{Ellipse} = 0.4$. Les frottements sur la queue seront négligés. Nous considérerons que les frottements présents sur la tête sont uniquement la conséquence de vitesse d'avance du véhicule. Ainsi les écoulements fluides sur les éléments terminaux engendreront des efforts tels que :

$$\mathbf{F}_{FROTT}^{Term}|_B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S^{Ellipse} \cdot C_D^{Ellipse} \cdot u^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ sous l'hypothèse que : } u > 0, \forall t,$$

où u^2 sera remplacé par u_r^2 , en présence de courant. On note que la modélisation (très approchée) de cet effort n'engendre pas de couple puisque l'effort est aligné sur l'axe du cylindre et passe donc par le centre de gravité.

Une manipulation algébrique directe permet d'écrire les effets de frottements visqueux sur la structure cylindrique sous une forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{FROTT|B} + \mathbf{F}_{FROTT|B}^{Term} \\ \mathbf{\Gamma}_{FROTT|B} \end{bmatrix} = \mathbf{D}(\mathbf{v}^r) \cdot \mathbf{v}^r$$

Ou, en l'absence de courant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{FROTT|B} + \mathbf{F}_{FROTT|B}^{Term} \\ \mathbf{\Gamma}_{FROTT|B} \end{bmatrix} = \mathbf{D}(\mathbf{v}) \cdot \mathbf{v}$$

10. Masse ajoutée

Quand un corps solide se déplace dans un fluide (eau, air...), il ne se déplace pas seul. Il entraîne avec lui une certaine quantité de fluide qui doit être accélérée (ou freinée) en même temps que lui. Le corps "semble" ainsi avoir une masse effective plus grande que sa masse réelle. Cette masse supplémentaire due à l'énergie nécessaire pour accélérer le fluide environnant s'appelle la masse ajoutée (ou *added mass* en anglais). Elle dépend :

- de la forme du corps (sphère, cylindre, plaque...)
- de la densité du fluide
- de la direction du mouvement

Le calcul de cette masse ajoutée se fait généralement en approximant la forme du corps par un élément dont il est plus simple de calculer les coefficients (**REF ADDED MASS**). Ainsi, dans le cas de notre AUV, la forme du corps sera approximée par un ellipsoïde allongé. Dans ce cas, la masse ajoutée se calcule ainsi :

- Excentricité de l'ellipsoïde, où a est le grand axe, b le petit axe, $a > b$:

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

- Volume de l'ellipsoïde :

$$V_e = \frac{4}{3}\pi ab^2$$

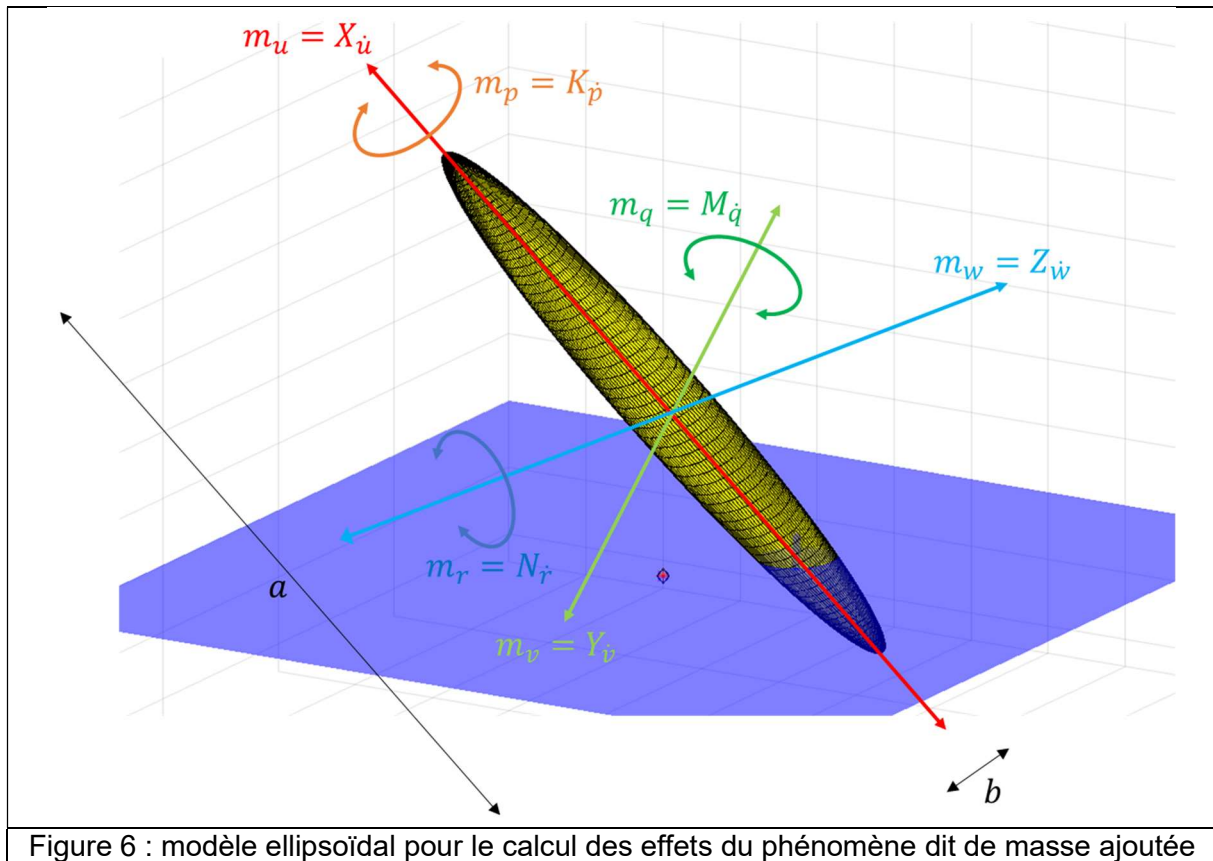


Figure 6 : modèle ellipsoïdal pour le calcul des effets du phénomène dit de masse ajoutée

Le phénomène de masse ajoutée se produit lorsque l'objet accélère en translation, mais aussi en rotation.

- Cas de la translation

Masse ajoutée, dans la direction i , où ρ représente la densité du fluide :

$$m_{Add}^i = C_i \rho V_e$$

Avec $C_i = C_{\parallel}$ le long de du grand axe (direction de a) et $C_i = C_{\perp}$, selon b :

$$C_{\parallel} = \frac{1 - e^2}{2e^3} \left(-2e^2 + (1 + e^2) \ln \left(\frac{1 + e}{1 - e} \right) \right)$$

$$C_{\perp} = \frac{1}{2e^3} \left(2e^2 - (1 - e^2) \ln \left(\frac{1 + e}{1 - e} \right) \right)$$

- Cas de la rotation

On peut considérer que la rotation d'un objet de forme ellipsoïdale autour de son grand axe n'engendre pas de phénomène d'inertie ajoutée, puisque ce mouvement ne déplace pas d'eau. Ce qui n'est pas le cas pour les rotations autour des deux autres axes. Ainsi l'inertie ajoutée s'écrit :

$$I_{Add} = k_{\perp} \rho V_e \frac{a^2 + b^2}{2}$$

Avec

$$k_{\perp} = \frac{1}{2(1-e^2)} \left[\frac{1}{e} \ln \left(\frac{1+e}{1-e} \right) - 2 \right]$$

Ainsi, la matrice de masse ajoutée, exprimée dans $\{B\}$ s'écrira :

$$\mathbf{M}_{Add} = \rho V_e \cdot \begin{bmatrix} C_{\parallel} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{\perp} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{\perp} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\perp} \frac{a^2 + b^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\perp} \frac{a^2 + b^2}{2} \end{bmatrix}$$

Ainsi le phénomène de masse ajouté s'exprime comme :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{Add} \\ \mathbf{\Gamma}_{Add} \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{Add} \cdot \dot{\mathbf{v}}^r$$

Ou, en l'absence de courant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{Add} \\ \mathbf{\Gamma}_{Add} \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{Add} \cdot \dot{\mathbf{v}}$$

11. Modèle dynamique

Le modèle différentiel décrivant le mouvement de l'AUV s'écrit comme suit (Ref FOSSEN) :

Modèle cinématique :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{T}_Q^v \cdot (\mathbf{Q} \otimes [0, \mathbf{v}_B^T]^T \otimes \mathbf{Q}^*) \\ \dot{\mathbf{Q}} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Q} \otimes [0, \boldsymbol{\omega}_B^T]^T \end{cases}$$

Le modèle dynamique est conçu à partir du modèle classique d'un corps rigide, (*Rigid Body Model*) auquel va s'appliquer ensuite les effets de son environnement et de son actionnement. Il va être écrit dans le repère local, attaché au corps $\{B\}$. Ce choix est judicieux puisque les différents modèles hydrodynamiques évoqués précédemment dépendent de la géométrie du corps et de son incidence par rapport à l'eau. Or, exprimés dans $\{B\}$, ces modèles dépendent de l'état du système et de paramètres invariants, s'ils sont exprimés dans $\{B\}$. Le choix de l'emplacement de l'origine du repère $\{B\}$ sur le corps est important. En première approche, on peut considérer le réflexe classique de le situer au centre de gravité du corps. Cependant, dans la situation des systèmes marins et plus spécifiquement des bateaux, ce point va dépendre de la charge du bateau et il peut paraître judicieux de le situer au centre géométrique de la carène. Dans notre cas, nous considérerons que l'origine du repère $\{B\}$ est située au centre de gravité 'sec' du corps de l'AUV, dont on va considérer que la masse est répartie de façon homogène, ce qui implique qu'il correspond aussi au centre géométrique du cylindre. Nous négligerons les effets inertiels que peuvent avoir les autres organes, tels que les actionneurs ou les capteurs

montés sur le corps. Ainsi, le modèle dynamique 'sec', ou modèle *rigid body*, s'écrit classiquement (Fossen 91):

Modèle dynamique *rigid body* :

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{RB} \cdot \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} = \boldsymbol{\tau}_{RB} \\ \mathbf{v} = [\mathbf{v}_B^T, \boldsymbol{\omega}_B^T]^T \end{cases}$$

Où $\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m_{AUV} \cdot \mathbf{Id}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_g \end{bmatrix}$ est considérée diagonale avec m_{AUV} la masse de l'AUV et $\mathbf{I}_g = \text{Diag}(I_{xx}, I_{yy}, I_{zz})$ représente les moments d'inertie suivant les 3 axes propres du cylindre. La mécanique nous dit que, pour un cylindre plein de masse m_{AUV} , de diamètre D_{AUV} et de longueur L_{AUV} :

$$\begin{cases} I_{xx} = \frac{1}{2} m_{AUV} \cdot \frac{D_{AUV}^2}{4} \\ I_{yy} = I_{zz} = \frac{m_{AUV}}{4} \left(\frac{D_{AUV}^2}{4} + \frac{L_{AUV}^2}{3} \right) \end{cases}$$

Et $\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} m_{AUV} \cdot \mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_B) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_B) \end{bmatrix}$ et $\boldsymbol{\tau}_{RB}$ représente le vecteur généralisé des forces et moments extérieurs, exprimés dans $\{B\}$, que subit le système.

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{RB} \cdot \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} = \boldsymbol{\tau}_{RB} \\ \mathbf{v} = [\mathbf{v}_B^T, \boldsymbol{\omega}_B^T]^T, \boldsymbol{\eta} = [\mathbf{X}^T, \mathbf{Q}^T]^T \end{cases}$$

L'inclusion de l'effet des phénomènes hydrodynamiques conduit à l'expression suivante :

$$\underbrace{\mathbf{M}_{RB} \cdot \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) \cdot \mathbf{v}}_{\text{Rigid-body forces}} + \underbrace{\mathbf{M}_{Add} \cdot \dot{\mathbf{v}}^r + \mathbf{C}_{Add}(\mathbf{v}^r) \cdot \mathbf{v}^r + \mathbf{D}(\mathbf{v}^r) \cdot \mathbf{v}^r}_{\text{Hydrodynamic forces}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{REST}|_B \\ \boldsymbol{\Gamma}_{REST}|_B \end{bmatrix}}_{\text{Hydrostatic Forces}} = \boldsymbol{\tau}_{Act} + \boldsymbol{\tau}_{Wind} + \boldsymbol{\tau}_{Wave}$$

Ou, en l'absence de courant :

$$\mathbf{M} \cdot \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}(\mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} + \mathbf{D}(\mathbf{v}) \cdot \mathbf{v} + \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{REST}|_B \\ \boldsymbol{\Gamma}_{REST}|_B \end{bmatrix} = \boldsymbol{\tau}_{Act} + \boldsymbol{\tau}_{Wind} + \boldsymbol{\tau}_{Wave}$$

avec $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_{Add}$ et $\mathbf{C}(\mathbf{v}) = \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) + \mathbf{C}_{Add}(\mathbf{v})$. $\boldsymbol{\tau}_{Wind}$ désigne les forces dues au vent et $\boldsymbol{\tau}_{Wave}$ les forces engendrées par les vagues. Enfin, $\boldsymbol{\tau}_{Act}$ représente la résultant des forces générées par les actionneurs, exprimée dans $\{B\}$.

12. Modèle d'actionnement

Le modèle d'actionnement permet de calculer la résultante des efforts exercés par l'ensemble des actionneurs, exprimée dans $\{B\}$. Les actionneurs que nous considérons sont de deux types :

- un propulseur composé d'un moteur électrique et d'une hélice, de type T200 de chez BlueRobotics.
- Des gouvernes orientables qui permettent de modifier la direction d'évolution du système lorsque sa vitesse par rapport au flux est non nulle.

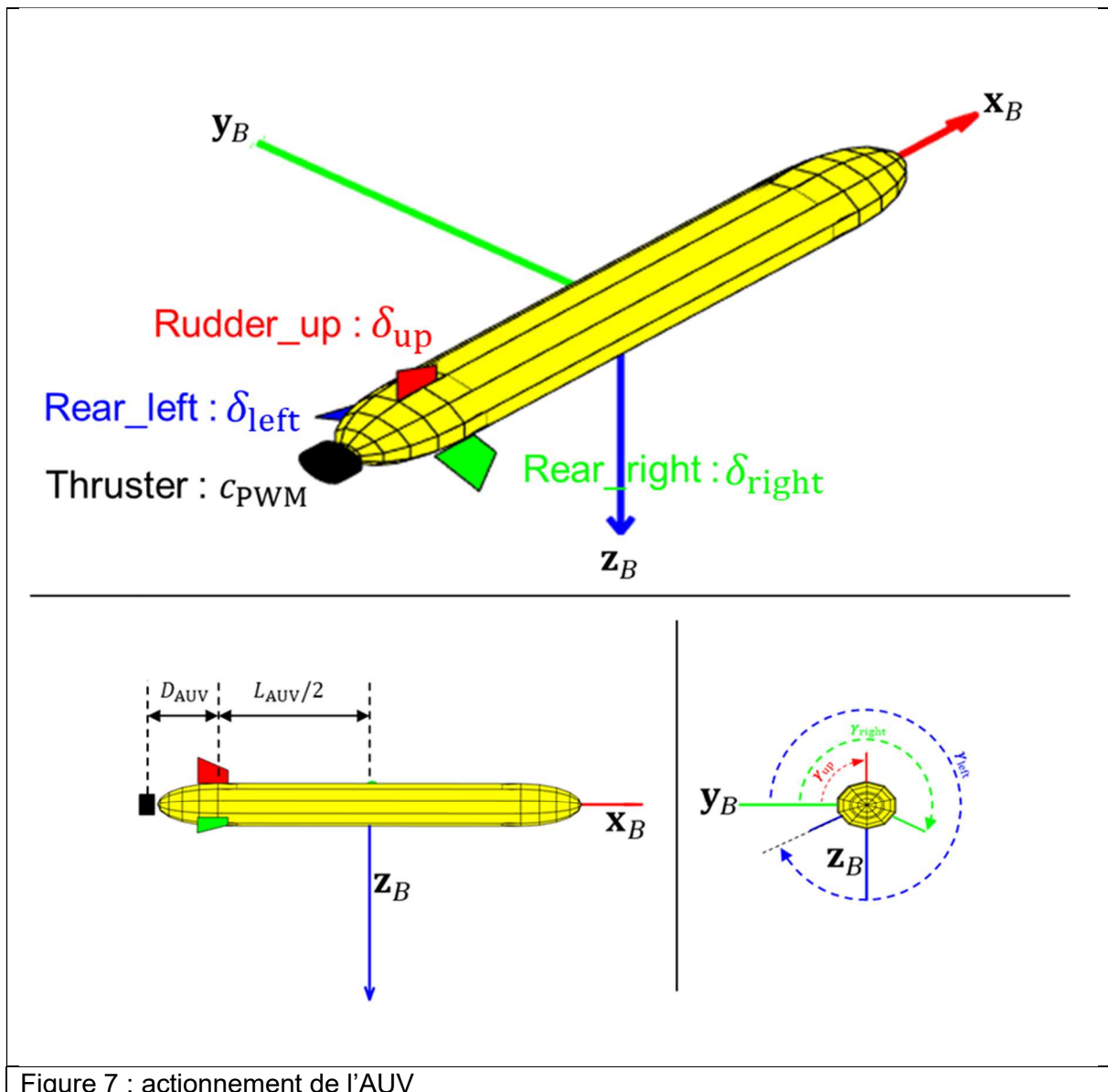


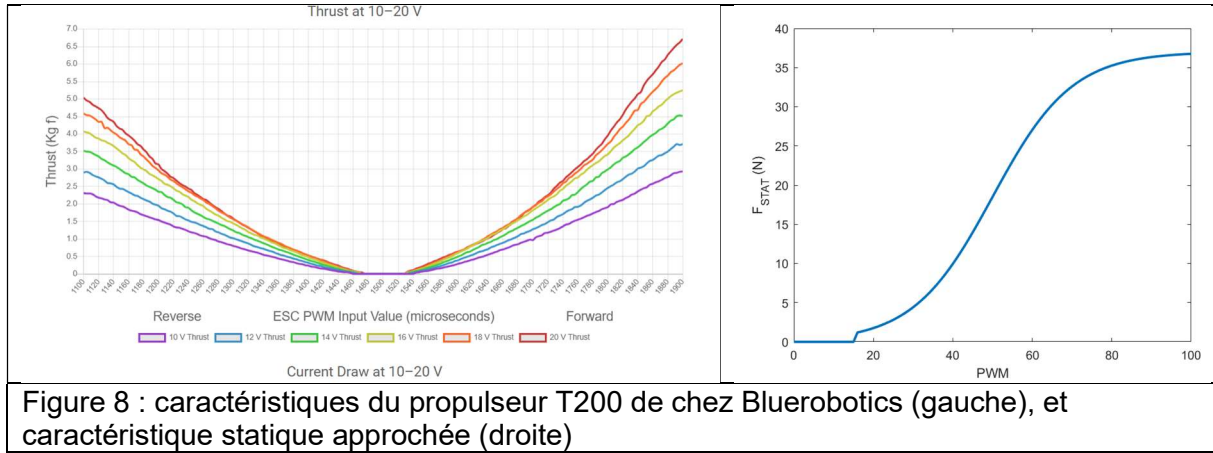
Figure 7 : actionnement de l'AUV

Chacun de ces systèmes d'actionnement requiert un modèle propre.

8. Modèle du propulseur

Les caractéristiques du propulseur sont extraites du site du constructeur Blue robotics¹.

¹ <https://bluerobotics.com/store/thrusters/t100-t200-thrusters/t200-thruster-r2-rp/>



Il faut noter que, pour notre AUV, nous ne considérerons que la partie positive de la caractéristique. De plus, pour simplifier, nous considérerons aussi que ces moteurs sont commandables par une entrée PWM entre -100% et 100% et une polarisation de 14V. Ne considérant que la partie positive, nous aurons en entrée $c_{PWM} \in [0,100]$. On en déduit donc la caractéristique statique de notre moteur, approximée par :

$$F_{STAT}(c_{PWM}) = \begin{cases} \frac{F_{STAT}^{MAX}}{2} \cdot (1 + \tanh(s_{STAT} \cdot (c_{PWM} - 50))) & \text{si } c_{PWM} > dz \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Avec $F_{STAT}^{MAX} = 37N$ la poussée statique maximale, $s_{STAT} = 0.05$ la pente de la caractéristique et $dz = 15$ la zone morte du moteur.

Il faut maintenant noter que cette caractéristique statique a été établie en bassin, avec une eau stagnante. La considération de la génération de la force de poussée par le propulseur monté sur un porteur en mouvement doit considérer la vitesse d'avance du porteur, qui celle du robot, notée u . Les différentes approximations de modèle permettant d'obtenir une expression simple de la poussée conduit à considérer le principe du *disque actuateur* [REF FROUDE]. Cette méthode consiste à déterminer, dans un premier temps, la *vitesse induite statique*, la vitesse induite au fluide par le mouvement de l'hélice :

$$v_{i_0}(c_{PWM}) = \sqrt{\frac{F_{STAT}(c_{PWM})}{2 \cdot \rho \cdot A}}$$

Avec ρ la densité de l'eau et A la surface du disque, équivalent à l'hélice. On en déduit une expression approchée du modèle dynamique du propulseur :

$$F_{Thrust}(c_{PWM}, u) \approx F_{STAT} \cdot \left(1 - \frac{u}{2 \cdot v_{i_0}}\right)^2$$

La rotation de l'hélice produit aussi un couple moteur qui agit autour de l'axe de rotation. Ce couple sera négligé dans notre simulateur.

9. Modèle des gouvernes

Les gouvernes sont des organes de régulation du mouvement qui induisent une force sur la structure pour modifier la trajectoire du système. Ces forces sont une conséquence des écoulements du fluide sur la surface des gouvernes et sont fonction de l'angle d'incidence de l'écoulement par rapport à la gouverne. Lorsque ces gouvernes ont des profils symétriques, on parle alors de profils *biconvexe symétrique*. Ce type de gouverne ne génère aucune portance à angle d'incidence nul. L'autre cas est celui des profils dissymétriques, on parle alors de *foils*, qui génèrent une portance non nulle à angle d'incidence nul. Dans tous les cas, les phénomènes hydrodynamiques qui génèrent l'action de la gouverne sont liés aux frottements visqueux du fluide et donc dépendent de la vitesse relative d'écoulement du fluide sur la gouverne. Les forces de portance et de trainée générées répondent à l'expression classique des écoulements (sous condition de régime laminaire).

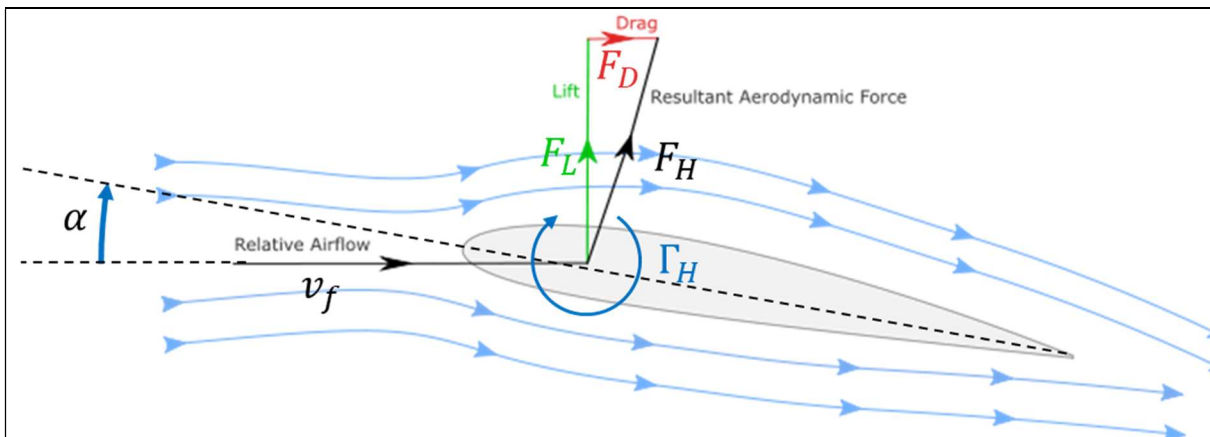


Figure 9 : modèle d'action d'une gouverne

Le site <http://airfoiltools.com/airfoil/naca4digit> recense les caractéristiques de la plupart des foils et profils symétriques des gouvernes et permet une évaluation des coefficients de trainée, de portance et de couple hydrodynamiques.

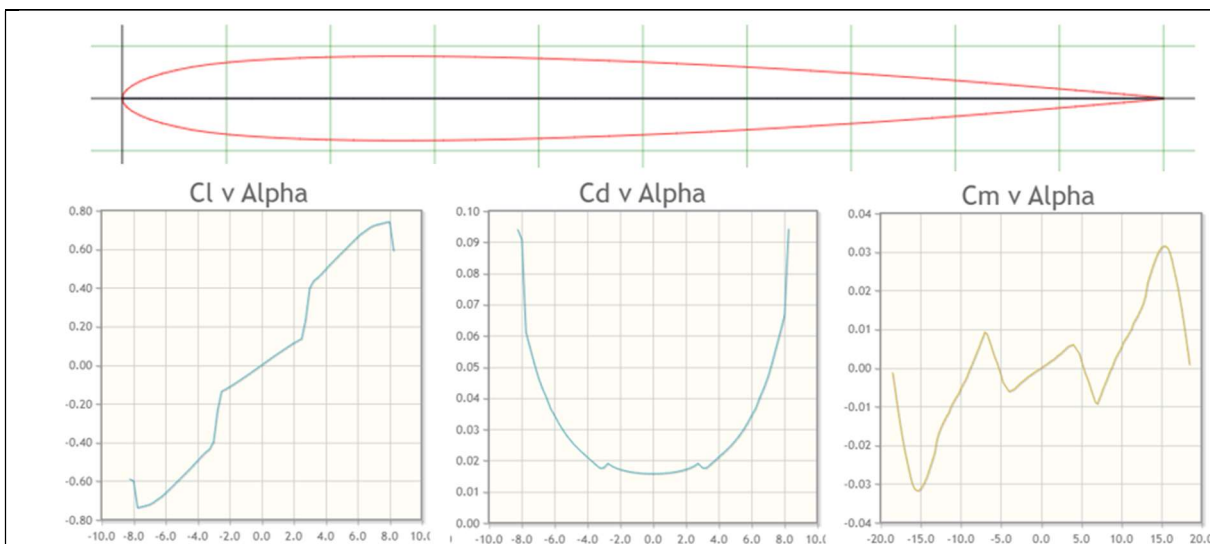


Figure 10 : Paramètres de portance, trainée et couple hydrodynamiques, d'après airfoiltools.com

Ainsi, pour un profil de foil donné, on peut extraire les caractéristiques sous la forme d'un tableau (*look-up table*) qui recense pour chaque angle d'incidence (de -18° à 18°), les coefficients de portance et de trainée correspondants.

$$Foil_Carract = [Carract_Alpha, Carract_CL, Carract_CD]$$

Notons que cette force hydrodynamique est calculée dans le repère situé au point dit de *quart de corde*, situé à 25% de la corde, depuis le bord d'attaque. En fait ces efforts s'appliquent au *centre de pression* dont la position dépend de l'angle d'incidence. Le centre de pression (CP) est le point où la résultante des forces aérodynamiques s'applique sans produire de moment. Pour un profil symétrique, il reste généralement proche du quart de corde. Pour un profil cambré, il se déplace le long de la corde selon l'incidence. Nous ferons l'approximation d'une gouverne symétrique en rotation autour de son centre de pression, situé au quart de corde. Le moment hydrodynamique sera négligé.

Les trois gouvernes sont installées comme illustré à la Figure 7. Elles sont actionnées avec un angle $\delta = [\delta_{up}, \delta_{right}, \delta_{left}]^T$ autour de leur axe de rotation. Cet axe de rotation forme un angle $[\gamma_{up}, \gamma_{right}, \gamma_{left}]$ par rapport à l'axe de l'AUV, i.e. suivant l'axe $\mathbf{u}$. On définit alors le quaternion associé à l'angle que forme l'axe de rotation de la gouverne, comme :

$$\mathbf{Q}_B^i = \left[\cos\left(\frac{\gamma_i}{2}\right), [1 \ 0 \ 0] \cdot \sin\left(\frac{\gamma_i}{2}\right) \right]$$

où $i = up, right, left$. Le point d'application des forces hydrodynamiques engendrées par ces gouvernes est considéré comme situé au $\frac{1}{4}$ de corde, par lequel, par hypothèse, passe l'axe de rotation. Ainsi, nous négligerons le couple hydrodynamique s'exerçant autour de l'axe d'articulation de chaque gouverne. Le point d'application de la force hydrodynamique générée par chacune des gouvernes, exprimé dans $\{B\}$ est noté :

$$\mathbf{x}_B^i = \left[-\frac{L_{AUV}}{2}, \frac{D_{AUV}}{2} \cos(\gamma_i), -\frac{D_{AUV}}{2} \sin(\gamma_i) \right]$$

où $i = up, right, left$. La vitesse par rapport au flux de chaque gouverne, exprimée dans $\{B\}$ est :

$$\mathbf{V}_B^i = \mathbf{V}_B + \boldsymbol{\omega}_B \times \mathbf{x}_B^i$$

Cette vitesse exprimée dans un repère attaché à la gouverne s'écrit alors :

$$\mathbf{V}_i^i = \mathbf{T}_Q^v \cdot (\mathbf{Q}_B^{i*} \otimes (\mathbf{T}_v^Q \cdot \mathbf{V}_B^i) \otimes \mathbf{Q}_B^i)$$

L'angle d'incidence de la gouverne se calcule ainsi :

$$\alpha_i = \text{atan} \frac{\mathbf{V}_i^i(3)}{\mathbf{V}_i^i(1)} + \delta_i$$

Où $i = up, right, left$ et $\mathbf{V}_i^i(3) = \mathbf{V}_i^{iT} \cdot [0 \ 0 \ 1]^T$ désigne la troisième composante du vecteur $\mathbf{V}_i^i$ et $\mathbf{V}_i^i(1) = \mathbf{V}_i^{iT} \cdot [1 \ 0 \ 0]^T$. Les coefficients de trainée et portance sont estimés par interpolation d'après la table $Foil_Carract = [Carract_Alpha, Carract_CL, Carract_CD]$ extraite du site Airfoil. L'estimation des coefficients se fait par interpolation linéaire :

$$\text{Matlab : } \begin{cases} C_D^i(\alpha_i) = \text{interp1}(Carract_Alpha, Carract_CD, \alpha_i); \\ C_L^i(\alpha_i) = \text{interp1}(Carract_Alpha, Carract_CL, \alpha_i); \end{cases}$$

$$\text{Python : } \begin{cases} \text{import numpy as np} \\ C_D^i(\alpha_i) = \text{np.interp}(\alpha_i, Carract_Alpha, Carract_CD) \\ C_L^i(\alpha_i) = \text{np.interp}(\alpha_i, Carract_Alpha, Carract_CL) \end{cases}$$

Ainsi, les efforts hydrodynamiques générés par la gouverne i s'écrivent, dans le repère attaché à la gouverne :

Enfin, les effets hydrodynamiques des gouvernes sont calculés comme suit :

$$\mathbf{F}_H^i|_i = \begin{bmatrix} F_D^i \\ 0 \\ F_L^i \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S_i \cdot \|\mathbf{V}_i^i\|^2 \cdot \begin{bmatrix} C_D^i(\alpha_i) \\ 0 \\ C_L^i(\alpha_i) \end{bmatrix}$$

Avec ρ la densité de l'eau et S_i la surface de la gouverne i . Dans $\{B\}$, les forces et couples engendrés par le gouverne i s'écrivent

- $\mathbf{F}_H^i|_B = \mathbf{T}_Q^v \cdot (\mathbf{Q}_B^i \otimes (\mathbf{T}_v^Q \cdot \mathbf{F}_H^i|_i) \otimes \mathbf{Q}_B^{i*})$
- $\mathbf{\Gamma}_H^i|_B = \mathbf{F}_H^i|_B \wedge \mathbf{X}_B^i$

10. Modèle d'actionnement

Les 4 actionneurs de l'AUV sont le propulseur et les 3 gouvernes qui génèrent des forces et couples résultants :

- $\mathbf{F}_B = \sum_i \mathbf{F}_H^i|_B$
- $\mathbf{\Gamma}_B = \sum_i \mathbf{\Gamma}_H^i|_B$

Ainsi, considérant les relations précédemment établies, on peut écrire la relation entre les entrées des actionneurs et les efforts résultants exprimés dans $\{B\}$.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_B \\ \mathbf{\Gamma}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_u \\ F_v \\ F_w \\ \Gamma_p \\ \Gamma_q \\ \Gamma_r \end{bmatrix} = \mathbf{f}_{ACT}(c_{PWM}, \boldsymbol{\delta})$$

où $\mathbf{f}_{ACT}$ est appelé modèle d'actionnement. Nous en établirons une version simplifiée dans le but de concevoir les lois de commandes qui nécessitent la relation inverse, appelée Répartiteur (*Dispatcher*).

11. Le répartiteur

Différents types de structure de commande existent, nous les détaillerons plus tard. Il est un élément commun qui permet d'obtenir une version approchée de l'inverse de la relation que décrit le modèle d'actionnement et qui permet d'effectuer une téléopération basique du système. En effet la téléopération au plus bas niveau consisterait à piloter directement les actionneurs. Si ceci peut être fait pour la propulsion (on donne un régime moteur constant), le pilotage des gouvernes est moins évident, du fait des couplages des degrés de liberté qu'elles engendrent. Il est en effet plus intuitif de piloter le système comme si l'opérateur exerçait des actions désirées exprimées dans le repère attaché à l'AUV, $\{B\}$.

Du point de vue du contrôle, les efforts des actionneurs qui ont une action significative sur le mouvement sont surtout les efforts de portance. En effet, le système de type torpille a une vitesse faible selon v comparativement à u . Ainsi, les efforts hydrodynamiques de trainée sur les gouvernes étant alignés dans la direction du flux, leur contribution s'ajoutera à la trainée globale de l'AUV. Les efforts de portance auront, eux, une action significative sur la direction de l'AUV. Ainsi, pour la nous considérerons la relation simplifiée suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_B \\ \mathbf{\Gamma}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_u \\ F_v \\ F_w \\ \Gamma_p \\ \Gamma_q \\ \Gamma_r \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{D_{AUV}}{2} & 0 & -\frac{D_{AUV}}{2} & 0 & -\frac{D_{AUV}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L_{AUV} \cdot \sqrt{3}}{4} & 0 & \frac{L_{AUV} \cdot \sqrt{3}}{4} \\ 0 & 0 & -\frac{L_{AUV}}{2} & 0 & \frac{L_{AUV}}{4} & 0 & \frac{L_{AUV}}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_{Thrust} \\ F_D^{up} \\ F_L^{up} \\ F_D^{right} \\ F_L^{right} \\ F_D^{left} \\ F_L^{left} \end{bmatrix}$$

Nous considérerons que la commande en avance (*surge*) est soit en boucle ouverte (on donne un régime moteur constant à la propulsion), soit régulée en vitesse (via un DVL). Considérant la commande des gouvernes, nous extrayons le modèle d'actionnement approché suivant :

$$\tilde{\mathbf{\Gamma}}_B = \begin{bmatrix} \tilde{\Gamma}_p \\ \tilde{\Gamma}_q \\ \tilde{\Gamma}_r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{D_{AUV}}{2} & -\frac{D_{AUV}}{2} & -\frac{D_{AUV}}{2} \\ 0 & -\frac{L_{AUV} \cdot \sqrt{3}}{4} & \frac{L_{AUV} \cdot \sqrt{3}}{4} \\ -\frac{L_{AUV}}{2} & \frac{L_{AUV}}{4} & \frac{L_{AUV}}{4} \end{bmatrix}}_{M_{ACT}} \cdot \begin{bmatrix} F_L^{up} \\ F_L^{right} \\ F_L^{left} \end{bmatrix}$$

Considérant que la commande (ou la sortie joystick en cas de téléopération) produit une action désirée $\mathbf{\Gamma}_B^d$ que les actionneurs doivent produire, pour dans ce cas réguler l'orientation de l'AUV, déjà soumis par ailleurs à une poussée issue du propulseur. Le calcul des angles à donner aux gouvernes se fait comme suit, en commençant par l'évaluation des efforts de portances que chaque gouverne doit générer :

$$\begin{bmatrix} F_L^{\text{up}} \\ F_L^{\text{right}} \\ F_L^{\text{left}} \end{bmatrix} = M_{ACT}^{-1} \cdot \Gamma_B^d$$

La valeur désirée des coefficients de portance est extraite de la relation inverse :

$$C_L^i = \frac{2 \cdot F_L^i}{\rho \cdot S_i \cdot \|\mathbf{V}_i^i\|^2}$$

où $i = \text{up, right, left}$. La valeur désirée pour l'angle d'incidence de chaque gouverne est établie par interpolation de la *look-up table* relative au profil de foil choisi :

Matlab : $\alpha_i = \text{interp1}(\text{Carract_CL}, \text{Carract_Alpha}, C_L^i);$

Python : $\begin{cases} \text{import numpy as np} \\ \alpha_i = \text{np.interp}(C_L^i, \text{Carract_CL}, \text{Carract_Alpha}) \end{cases}$

Enfin, l'angle d'incidence de la gouverne est calculé comme :

$$\delta_i = \alpha_i - \text{atan} \frac{\mathbf{V}_i^i(3)}{\mathbf{V}_i^i(1)}$$